

I parametri S

di Gianfranco Albis

Gli usuali componenti elettronici quali resistenze, condensatori ed induttori sono caratterizzati dal fatto di possedere due terminali. Vengono quindi indicati con il termine generale di bipoli. Lo studio di una rete composta da tali elementi viene fatto osservando la tensione e la corrente alla coppia di terminali. Una coppia di terminali attraverso cui può entrare ed uscire corrente è chiamata porta. In generale una rete elettrica può avere n -porte ma nella pratica è molto comune operare con reti a 2 porte che vengono anche detti doppi bipoli. Quindi un doppio bipolo è una rete elettrica che ha due porte diverse, una delle quali di ingresso e l'altra di uscita. In generale un doppio bipolo viene rappresentato come in figura 1.

I transistor, pur essendo dispositivi a tre terminali vengono configurati e trattati come doppi bipoli. La figura 2 chiarisce come il transistor è rappresentabile come un doppio bipolo.

Viene spontaneo chiedersi perché si ricorre allo studio dei doppi bipoli. Le motivazioni sono svariate. Per esempio rende estremamente agevole il progetto di sistemi posti in cascata. Inoltre, il fatto di conoscere i parametri caratteristici di un doppio bipolo consente di poterlo trattare come se fosse una "scatola nera" quando viene inserito in una rete più grande.

Sempre tenendo presente la figura 1, è chiaro che stiamo cercando di determinare le relazioni fra le grandezze V_1 , V_2 , I_1 , I_2 ai suoi terminali.

I termini che legano fra loro tensioni e correnti sono detti *parametri*. Quelli più comunemente usati sono i parametri *impedenza* (Z), quelli *ammettenza* (Y), quelli *ibridi* (h).

Vediamo dapprima brevemente cosa sono questi parametri per poi passare al tema che stiamo trattando, cioè i parametri S.

I parametri *impedenza* (indicati con Z) e *ammettenza* (indicati con Y) sono ottenibili scrivendo le relazioni fra le tensioni e le correnti ai terminali.

Per i parametri Z possiamo scrivere:

$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases}$$

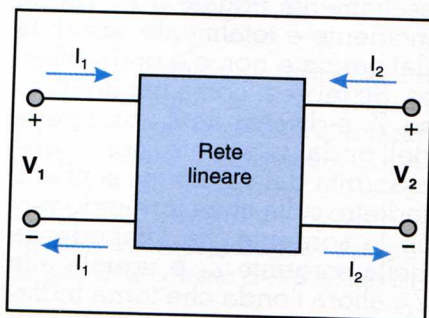
o anche in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

mentre per i parametri Y possiamo scrivere:

$$\begin{cases} I_1 = y_{11} V_1 + y_{12} V_2 \\ I_2 = y_{21} V_1 + y_{22} V_2 \end{cases}$$

Fig. 1 - Rappresentazione generale di un doppio bipolo.



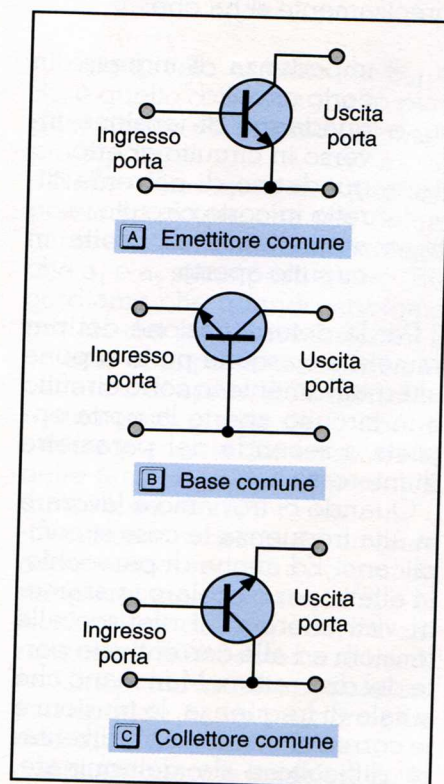
o di nuovo in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Non sempre è possibile determinare i parametri Z o Y di un doppio bipolo. Si ricorre in questo caso ad un nuovo insieme di parametri, considerando V_1 e I_2 come variabili indipendenti. Quello che si ottiene sono i *parametri ibridi* (h) così definiti:

$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

Fig. 2 - Il transistor come doppio bipolo.



o anche in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

E' chiaro che il nome *ibridi* deriva dal fatto che costituiscono un insieme ibrido di rapporti. Vengono molto utilizzati nello studio dei transistori. Consentono tra l'altro una facile misura sperimentale su dispositivi reali.

I parametri si determinano con le seguenti espressioni:

$$\begin{cases} h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \\ h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \\ h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} \\ h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \end{cases}$$

I parametri h_{11} , h_{12} , h_{21} e h_{22} rappresentano rispettivamente un'impedenza, un guadagno di tensione, un guadagno di corrente ed un'ammettenza. Più precisamente si ha che:

- h_{11} = impedenza di ingresso in corto circuito
- h_{12} = guadagno di tensione inverso in circuito aperto
- h_{21} = guadagno di corrente diretto in corto circuito
- h_{22} = ammettenza di uscita in circuito aperto

Per la determinazione dei parametri a ciascuna porta si pone alternativamente in corto circuito o in circuito aperto la porta opposta a seconda del parametro di interesse.

Quando ci troviamo a lavorare in alta frequenza le cose si complicano. Ed anche di parecchio. In effetti, per calcolare i parametri visti finora ci si riferisce alle tensioni ed alle correnti alle porte del dispositivo. Man mano che si sale di frequenza, le tensioni e le correnti cominciano a diventare difficoltose da determinare.

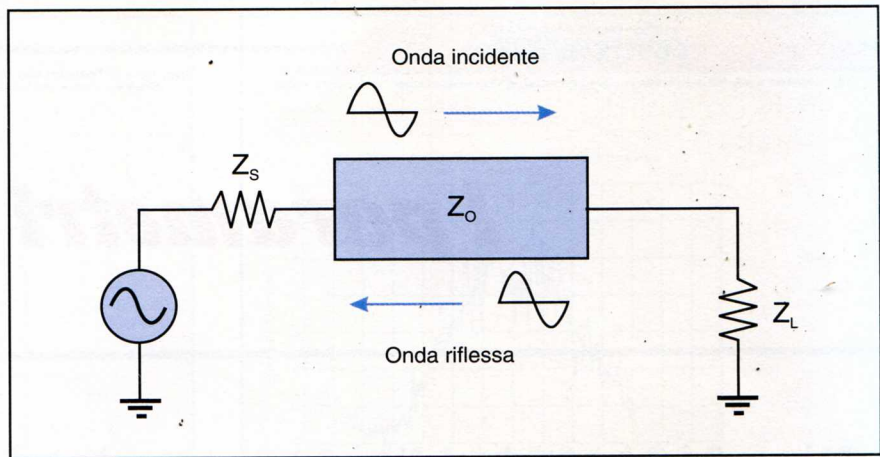


Fig. 3 - Onde incidenti e riflesse su una linea di trasmissione.

Non solo. Anche il fatto di dover cortocircuitare o lasciare a circuito aperto i morsetti di una rete diventa estremamente complicato.

E' allora necessario ricorrere a qualche altro parametro per caratterizzare una rete in alta frequenza dove non è più possibile usare modelli circuitali a parametri concentrati. E' allora molto più comodo riferirsi alle onde incidenti e riflesse a ciascuna porta ed introdurre l'uso dei parametri S.

Per poter affrontare l'argomento è necessario rammentare qualche concetto sulle linee di trasmissione.

Consideriamo la figura 3, in cui possiamo osservare un segnale (tensione o corrente per ora poco importa) che parte da una sorgente con impedenza Z_s e si dirige verso un carico con impedenza Z_L . Il segnale può essere visto sotto forma di onde incidenti e riflesse che viaggiano lungo una linea di trasmissione con impedenza caratteristica Z_0 . Possono avvenire diverse cose.

Se l'impedenza del carico Z_L è esattamente uguale a Z_0 , l'onda incidente è totalmente assorbita dal carico e non c'è onda riflessa. Se invece, come capita spesso, Z_L è diversa da Z_0 , una parte dell'onda incidente non viene assorbita dal carico ma si riflette indietro sulla linea tornando verso la sorgente. Se l'impedenza della sorgente Z_s è uguale alla Z_0 , allora l'onda che torna indietro

viene assorbita totalmente dalla sorgente. In caso contrario l'onda riflessa si riflette nuovamente dalla sorgente verso il carico ed il fenomeno si ripete, in caso di linea senza perdite, all'infinito.

Il rapporto fra l'onda riflessa e quella incidente viene detto coefficiente di riflessione:

$$\Gamma = \frac{V_{\text{riflessa}}}{V_{\text{incidente}}}$$

ed è una quantità complessa esprimibile in modulo e fase.

Il coefficiente di riflessione è un modo di esprimere l'adattamento fra la linea di trasmissione e l'impedenza di terminazione. E' evidente che Γ può variare fra 0 (cioè nessuna onda riflessa e quindi perfetto adattamento) e 1 (cioè tutta onda riflessa e quindi perfetto disadattamento, come in caso di circuito aperto o di cortocircuito).

Consideriamo adesso il doppio bipolo della figura 4 nella quale sono state introdotte le grandezze a_i e b_i , dette onde di potenza, così definite:

$$\begin{cases} a_i = \frac{V_i + Z_0 I_i}{2\sqrt{Z_0}} \\ b_i = \frac{V_i - Z_0 I_i}{2\sqrt{Z_0}} \end{cases}$$

La definizione di a_i e b_i come onde di potenza deriva dalla teoria delle linee di trasmissione. In

una linea con impedenza caratteristica Z_0 si propagano, come abbiamo già detto, due onde, progressiva e regressiva, con tensioni e correnti (V^+ , V^-) e (I^+ , I^-).

Le tensioni e correnti progressive e regressive sono legate dalle relazioni di impedenza:

$$\begin{cases} V^+ = Z_0 I^+ \\ V^- = -Z_0 I^- \end{cases}$$

mentre la tensione e la corrente totale si ottengono sovrapponendo le onde progressive e regressive:

$$\begin{cases} V = V^+ + V^- \\ I = I^+ + I^- \end{cases}$$

Facendo alcune considerazioni matematiche, che omettiamo, si arriva a dimostrare che a_i è legato alla potenza incidente e b_i alla potenza riflessa, da cui il nome di onde di potenza.

Di nuovo dopo alcuni passaggi matematici si arriva (fidatevi) all'espressione seguente:

$$\begin{cases} V_i = \sqrt{Z_0} \cdot (a_i + b_i) \\ I_i = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot (a_i - b_i) \end{cases}$$

Ancora un piccolo sforzo e ci siamo. Per passare dalle grandezze a_i alle b_i si definiscono (finalmente) i parametri S:

$$\begin{cases} b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \end{cases}$$

o anche in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

I parametri S, dove S sta per scattering (diffusione), servono per caratterizzare completamente un doppio bipolo così come lo fanno i parametri impedenza, quelli ammettenza o quelli ibridi.

Vediamo più avanti perché è vantaggioso, specie in alta frequenza, usare i parametri S.

Diamo di nuovo un'occhiata al doppio bipolo della figura 4.

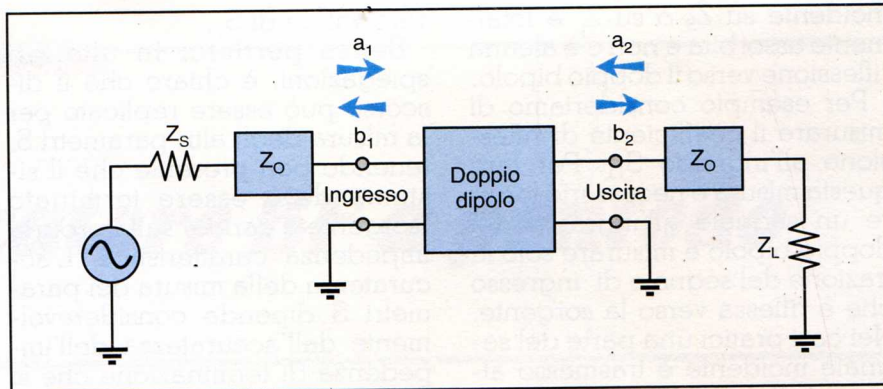


Fig. 4 - Onde incidenti e riflesse su un doppio bipolo.

Una parte dell'onda incidente sul doppio bipolo (a_1) sarà riflessa (b_1) ed una parte sarà trasmessa attraverso il doppio bipolo. Una parte del segnale trasmesso sarà riflesso dal carico diventando così un segnale incidente (a_2) sulla porta di uscita del doppio bipolo. Una parte del segnale incidente (a_2) sarà riflesso verso il carico (b_2) mentre una parte sarà trasmesso attraverso il doppio bipolo di nuovo verso la sorgente.

Comincia a diventare chiaro a questo punto che i quattro parametri rappresentano:

- S_{11} = coefficiente di riflessione all'ingresso
- S_{12} = coefficiente di trasmissione inverso
- S_{21} = coefficiente di trasmissione diretto
- S_{22} = coefficiente di riflessione all'uscita

Analizziamo ciascun coefficiente e vediamo di descriverne l'utilità. Cominciamo da S_{11} .

Dall'equazione è facile ricavare l'espressione di S_{11} :

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0}$$

che rappresenta il rapporto fra l'onda riflessa rispetto all'onda incidente e quindi il coefficiente di riflessione all'ingresso. Chiaramente conoscendo il coefficiente di riflessione è possibile trovare immediatamente l'impedenza di ingresso del doppio bipolo.

In maniera simile l'espressione di S_{22} :

$$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0}$$

rappresenta il coefficiente di riflessione all'uscita dal quale si ricava l'impedenza di uscita del doppio bipolo.

Gli ultimi due parametri si trovano con le espressioni seguenti:

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0}$$

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0}$$

Il significato assunto da S_{21} e S_{12} è quello di guadagno (o perdita) diretto ed inverso del doppio bipolo.

Nelle ultime quattro equazioni possiamo notare che per determinare il parametro si richiede che a_1 o a_2 siano posti a zero. Ricordiamo che quando abbiamo parlato dei parametri ibridi (h) il calcolo ci imponeva di cortocircuitare o di aprire il circuito. Abbiamo però anche detto che in alta frequenza la determinazione delle tensioni e delle correnti è difficoltosa.

Vediamo allora cosa implica adesso azzerare a_1 o a_2 . Significa semplicemente forzare la Z_s e la Z_L al valore dell'impedenza caratteristica Z_0 del sistema di misura. Che per le usuali applicazioni corrisponde al valore normalizzato di 50Ω o di 75Ω .

In questo modo qualsiasi onda

incidente su Z_S o su Z_L è totalmente assorbita e non c'è alcuna riflessione verso il doppio bipolo.

Per esempio consideriamo di misurare il coefficiente di riflessione all'ingresso S_{11} . Per fare questa misura è necessario fornire un segnale all'ingresso del doppio bipolo e misurare solo la frazione del segnale di ingresso che è riflessa verso la sorgente. Nei casi pratici una parte del segnale incidente è trasmesso attraverso il doppio bipolo e quindi riflesso (a_2) dal carico e quindi ritrasmissione attraverso il doppio bipolo di nuovo verso la sorgente. Il segnale riflesso misurato è quindi composto dalla parte di a_1 che è riflessa e dalla parte di a_2 che è trasmessa. Per cui quello che misuriamo non è il coefficiente di riflessione alla porta di ingresso. Se invece poniamo $Z_L = Z_0$ conseguiamo il risultato di non avere più riflessione da parte del carico e quindi il segnale riflesso che misuriamo alla porta di ingresso diviso per il segnale incidente sulla porta ci fornisce il

vero valore di S_{11} .

Senza perderci in ulteriori spiegazioni, è chiaro che il discorso può essere replicato per la misura degli altri parametri S , tenendo ben presente che il sistema deve essere terminato (sorgente e carico) sulla propria impedenza caratteristica. L'accuratezza della misura dei parametri S dipende considerevolmente dall'accuratezza dell'impedenza di terminazione che si applica alla porta.

Per realizzare la misura pratica dei parametri S si ricorre all'uso di analizzatori di reti corredati di un apposito "scatolotto" detto *S-parameter test set*. La funzione dell'*S-parameter test set* è quella di dividere opportunamente il segnale di ingresso e di separare i segnali riflessi da quelli incidenti agli ingressi del doppio bipolo in prova. Per fare questo si fa uso di accoppiatori direzionali, che presentano una bassa perdita d'inserzione ed un buon isolamento fra le porte. Completano l'apparecchiatura le termi-

nazioni con impedenza caratteristica pari a quella del sistema, che abbiamo già detto essere generalmente di 50Ω o di 75Ω .

Esistono apposite tabelle che consentono di passare dai parametri S a tutti gli altri parametri che abbiamo visto prima.

I parametri S sono quindi un conveniente metodo di presentazione delle caratteristiche di un dispositivo: parecchi fornitori, diciamo oramai tutti, forniscono le caratteristiche dei loro dispositivi fornendo il valore dei parametri S al variare della frequenza agevolando di molto la fatica dei progettisti.

Per quanto riguarda la bibliografia è molto difficile dare qualche indicazione poiché quasi ogni libro "serio" dedica uno o più paragrafi all'argomento. Molto materiale è anche reperibile sulla rete web usando un qualsiasi motore di ricerca.



The advertisement features a central graphic with a stylized antenna icon in blue and yellow. The background is a collage of green printed circuit boards (PCBs) with various electronic components. The text is arranged in a clear, hierarchical layout. At the top right, a small logo for the City of Arezzo is accompanied by the text 'Patrocinio Città di Arezzo'. The main title 'ELETTR@bit' is in large, bold, blue letters with a yellow outline. Below it, the categories of the fair are listed in red: 'FIERA DELL'ELETTRONICA - INFORMATICA', 'TELEFONIA - RADIOAMATORIALE', and 'HOBBISTICA - RADIO D'EPOCA'. The location 'AREZZO' is written in large blue letters, with '(CENTRO AFFARI)' underneath. The dates '8-9 OTTOBRE '05' are prominently displayed. The schedule 'ORARIO' is listed as 'SABATO 9.00 - 19.00' and 'DOMENICA 9.00 - 18.30'. At the bottom, the organizing body 'ORGANIZZAZIONE GEDIT' is mentioned along with a telephone number and an email address.

ELETTR@bit

FIERA DELL'ELETTRONICA - INFORMATICA
TELEFONIA - RADIOAMATORIALE
HOBBISTICA - RADIO D'EPOCA

AREZZO
(CENTRO AFFARI)

8-9 OTTOBRE '05

ORARIO
SABATO 9.00 - 19.00
DOMENICA 9.00 - 18.30

ORGANIZZAZIONE GEDIT TEL. 075.5991028-348.3307007 E-MAIL: GEDIT2004@LIBERO.IT